

Fakultet kemijskog inženjerstva i tehnologije  
Zavod za matematiku

---

MATEMATIKA 1  
Ispit

13. lipnja 2016.

**1. dio**

Ime i prezime:

Smjer:

Matični broj:

**Napomena:**

Ispit se sastoji od dva dijela koja se pišu po 55 minuta. Od pomagala su dopušteni šestar, kutomjer i ravnalo. Strogo će se sankcionirati svaka uporaba mobilnih uređaja tijekom ispita.

1	2	3	4	5	ukupno

1. (i) Zadani su  $\vec{a} = a_1\vec{i} + a_2\vec{j} + a_3\vec{k}$ ,  $\vec{b} = b_1\vec{i} + b_2\vec{j} + b_3\vec{k}$  i  $\vec{c} = c_1\vec{i} + c_2\vec{j} + c_3\vec{k}$ .  
Napišite formule za skalarni i vektorski produkt vektora  $\vec{a}$  i  $\vec{b}$ , te formulu za mješoviti produkt vektora  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$  i  $\vec{c}$ . (3 boda)

- (ii) Jesu li vektori  $\vec{a} = 3\vec{i} - \vec{j}$  i  $\vec{b} = 2\vec{j} + \vec{k}$  kolinearni? Obrazložite odgovor! (2 boda)

- (iii) Jesu li vektori iz (ii) ortogonalni? Obrazložite odgovor! Kolika je površina lika kojeg razapinju? (2 boda)

- (iv) Odredite volumen tijela kojem bazu razapinju vektori  $\vec{a}$  i  $\vec{b}$  kao u (ii), a treći brid je određen vektorom  $\vec{c} = \vec{i} + \vec{j} - \vec{k}$ . Koja je visina tog tijela? (3 boda)

2. (i) Napišite formule za determinantu i inverz kvadratne matrice drugog reda te navedite uvjet egzistencije inverzne matrice. (3 boda)

- (ii) Odredite inverz matrice  $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 3 & 1 & 2 \\ -1 & -1 & 3 \end{pmatrix}$ . (3 boda)

(iii) Opišite kako se općenito rješava linearni sustav pomoću inverzne matrice. Koji je uvjet za postojanje rješenja? (2 boda)

(iv) Zapišite matrično sustav

$$\begin{aligned}2x - y + z &= 4 \\3x + y + 2z &= 9 \\-x - y + 3z &= 0. \quad (1 \text{ bod})\end{aligned}$$

(v) Riješite gornji sustav pomoću formule iz (iii) i inverzne matrice iz (ii). (1 bod)

3. (i) Zapišite veze između funkcije  $f$  i njoj inverzne funkcije  $f^{-1}$ . (2 boda)

(ii) Zapišite veze iz (i) ako je  $f(x) = \sqrt[3]{x} - 1$ . (2 boda)

(iii) Koja je veza između grafova dviju međusobno inverznih funkcija? Predočite tu vezu ako je  $f(x) = \sqrt[3]{x} - 1$  (precizan crtež). (3 boda)

(iv) Napišite formulu za derivaciju funkcije  $f$  u  $x_0$  i prema toj formuli odredite derivaciju funkcije  $f(x) = \sqrt[3]{x} - 1$ . (3 boda)

4. (i) Napišite formulu za linearnu aproksimaciju funkcije  $f$  oko  $x_0$  i geometrijski je predočite. (3 boda)

(ii) Koristeći gornju formulu izračunajte približnu vrijednost  $f(0.99)$  ako je  $f(x) = \arctan(x^2 - 1)$ . (2 boda)

(iii) Predočite geometrijski tangentu na graf općenite funkcije  $f$  u točki  $(x_0, f(x_0))$  i napišite jednadžbu te tangente. (2 boda)

(iv) Odredite jednadžbu tangente na graf funkcije  $f(x) = \sqrt{x+2}$  u točki grafa s prvom koordinatom  $x_0 = 7$  i predočite tu tangentu te graf funkcije  $f(x)$ . (3 boda)

5. (i) Predočite ubrzani i usporeni rast te ubrzani i usporeni pad funkcije i zapišite uvjete pomoću derivacija. (2 boda)

(ii) Napišite nužan uvjet za lokalne ekstreme općenite funkcije  $f$  i objasnite ga geometrijski. (2 boda)

(iii) Napišite dovoljne uvjete za lokalne ekstreme općenite funkcije  $f$  i objasnite ih geometrijski. (2 boda)

(iv) Zadana je funkcija  $f(x) = -x^4 + 2x^3$ . Računski odredite nultočke, točke lokalnih ekstrema kao i točke infleksije ove funkcije. (4 boda)



Fakultet kemijskog inženjerstva i tehnologije  
Zavod za matematiku

---

MATEMATIKA 1  
Ispit

13. lipnja 2016.  
**2. dio**

Ime i prezime:

Smjer:

Matični broj:

**Napomena:**

Ispit se sastoji od dva dijela koja se pišu po 55 minuta. Od pomagala su dopušteni šestar, kutomjer i ravnalo. Strogo će se sankcionirati svaka uporaba mobilnih uređaja tijekom ispita.

1	2	3	4	5	ukupno

1. Koristeći elementarne matrice transformacije riješite linearni sustav:

$$0x_1 + 0x_2 - 0x_3 + 0x_4 = 0,$$

$$2x_1 - x_2 + x_3 + x_4 = 0,$$

$$5x_1 - x_3 + 3x_4 = 0,$$

$$3x_1 + x_2 - 2x_3 + 2x_4 = 0,$$

$$9x_1 - 2x_2 + x_3 + 5x_4 = 0.$$

(10 bodova)

2. Zadani su vektori  $\vec{a} = 3\vec{i} + 3\vec{j}$ ,  $\vec{b} = \vec{j} + \vec{k}$  i  $\vec{c} = \vec{i} + \vec{k}$ .

(i) Odredite obujam paralelepipeda razapetog tim vektorima.  
(5 bodova)

(ii) Prikažite vektor  $\vec{i} + \vec{j} + \vec{k}$   
kao linearnu kombinaciju vektora  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$  i  $\vec{c}$ .  
(5 bodova)

3. Zadana je funkcija  $f(x) = \frac{2}{2^x} - x^2$ .

(i) Razvijte tu funkciju u Taylorov red oko točke  $x_0 = 0$ . (5 bodova)

(ii) Napišite prva četiri člana Taylorovog razvoja. (2 boda)

(iii) Odredite područje konvergencije tog reda. (3 boda)

4. i 5. Zadana je funkcija  $f(x) = \frac{x-1}{2} + \frac{2}{x-6}$ . Odredite:

(i) domenu funkcije, (1 bod)

(ii) njene nultočke, (1 bod)

(iii) asimptote (horizontalne, kose i vertikalne), (4 boda)

(iv) lokalne ekstreme, (4 boda)

(v) područja rasta i pada, (3 boda)

(vi) područja koveksnosti, konkavnosti i točke infleksije. (3 boda)

(vii) Nacrtajte precizno graf te funkcije koristeći gornje podatke.  
(4 boda)